

## ЛІХ Всеукраїнська олімпіада юних математиків

### Перший день

#### 8 клас

**8–0.** Якими будуть координати точки  $B$ , що є серединою відрізка  $OA$ , де  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 2)$ :

**а)**  $(1, 1)$ ; **б)**  $(4, 4)$ ; **в)**  $(2019, 0)$ ; **г)**  $(0, 2019)$ ?

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

**8–1.** По колу розставлені декілька натуральних чисел. Відомо, що добуток будь-яких двох сусідніх з них є точним квадратом натурального числа. Доведіть, що добуток будь-яких двох з розставлених чисел також є точним квадратом натурального числа.

**8–2.** Богдан для деякого прямокутника  $Q$  провів 2017 вертикальних та 2018 горизонтальних прямих, якими розрізав прямокутник  $Q$  на  $2018 \times 2019$  менших не обов'язково однакових прямокутників. Андрій каже, що йому треба знати периметри 2019 менших прямокутників, на які він вкаже, щоб дізнатися периметр усього прямокутника  $Q$ . А Олеся сказала, що їй треба знати периметри 4036 менших прямокутників, на які вона вкаже, щоб дізнатися периметр усього прямокутника  $Q$ . Хто з дітей правий?

**8–3.** В компанії людей немає трьох попарно знайомих між собою, а серед будь-яких п'яти знайдуться троє, які мають спільного знайомого. Доведіть, що людей можна розбити на дві групи попарно незнайомих людей.

**8–4.** Для довільного натурального  $n \geq 3$  знайдіть такі цілі числа  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ , для яких справджується рівність:

$$\frac{a_1}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_1}{a_3} + \dots + \frac{a_1}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_2}{a_n} ?$$

Черкаси, 12 березня 2019 р.

## ЛІХ Всеукраїнська олімпіада юних математиків

### Перший день

#### 8 клас

**8–0.** Якими будуть координати точки  $B$ , що є серединою відрізка  $OA$ , де  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 2)$ :

**а)**  $(1, 1)$ ; **б)**  $(4, 4)$ ; **в)**  $(2019, 0)$ ; **г)**  $(0, 2019)$ ?

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

**8–1.** По колу розставлені декілька натуральних чисел. Відомо, що добуток будь-яких двох сусідніх з них є точним квадратом натурального числа. Доведіть, що добуток будь-яких двох з розставлених чисел також є точним квадратом натурального числа.

**8–2.** Богдан для деякого прямокутника  $Q$  провів 2017 вертикальних та 2018 горизонтальних прямих, якими розрізав прямокутник  $Q$  на  $2018 \times 2019$  менших не обов'язково однакових прямокутників. Андрій каже, що йому треба знати периметри 2019 менших прямокутників, на які він вкаже, щоб дізнатися периметр усього прямокутника  $Q$ . А Олеся сказала, що їй треба знати периметри 4036 менших прямокутників, на які вона вкаже, щоб дізнатися периметр усього прямокутника  $Q$ . Хто з дітей правий?

**8–3.** В компанії людей немає трьох попарно знайомих між собою, а серед будь-яких п'яти знайдуться троє, які мають спільного знайомого. Доведіть, що людей можна розбити на дві групи попарно незнайомих людей.

**8–4.** Для довільного натурального  $n \geq 3$  знайдіть такі цілі числа  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ , для яких справджується рівність:

$$\frac{a_1}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_1}{a_3} + \dots + \frac{a_1}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_2}{a_n} ?$$

Черкаси, 12 березня 2019 р.