

ЛІХ Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Перший день

9 клас

9–0. Яка з наведених прямих $y = kx + b$ проходить через точку $A(1, 1)$

а) $y = x$; **б)** $y = -20x - 2$; **в)** $y = -2019x - 2019$; **г)** $y = 2019$?

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

9–1. Задане натуральне число $n > 1$. По колу розставлені 2019 натуральних чисел. Відомо, що добуток будь-яких двох сусідніх з них є точним n -м степенем деякого натурального числа. Чи обов'язково й добуток будь-яких двох (не обов'язково сусідніх) з цих чисел також є точним n -м степенем натурального числа?

9–2. Нехай точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC . Серединний перпендикуляр до гіпотенузи AB перетинає катет BC у точці K . Перпендикуляр, що проведений до прямої CM із точки K , перетинає продовження відрізка AC за точку A в точці P . Прямі CM і BP перетинаються в точці T . Доведіть, що $AC = TB$.

9–3. В компанії людей немає трьох попарно знайомих між собою, а серед будь-яких п'яти знайдуться троє, які мають спільного знайомого. Доведіть, що людей можна розбити на дві групи попарно незнайомих людей.

9–4. На дошці записаний многочлен $x^2 + 1$. Кожного дня Катя витирає записаний на дошці многочлен $F(x)$ та записує замість нього один з двох многочленів: $F^2(x) + 1$ або $F(x^2 + 1)$. Доведіть, що через рік вільний член многочлена, що записаний на дошці, буде більше, ніж $2^{2^{22}}$.

Черкаси, 12 березня 2019 р.

ЛІХ Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Перший день

9 клас

9–0. Яка з наведених прямих $y = kx + b$ проходить через точку $A(1, 1)$

а) $y = x$; **б)** $y = -20x - 2$; **в)** $y = -2019x - 2019$; **г)** $y = 2019$?

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

9–1. Задане натуральне число $n > 1$. По колу розставлені 2019 натуральних чисел. Відомо, що добуток будь-яких двох сусідніх з них є точним n -м степенем деякого натурального числа. Чи обов'язково й добуток будь-яких двох (не обов'язково сусідніх) з цих чисел також є точним n -м степенем натурального числа?

9–2. Нехай точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC . Серединний перпендикуляр до гіпотенузи AB перетинає катет BC у точці K . Перпендикуляр, що проведений до прямої CM із точки K , перетинає продовження відрізка AC за точку A в точці P . Прямі CM і BP перетинаються в точці T . Доведіть, що $AC = TB$.

9–3. В компанії людей немає трьох попарно знайомих між собою, а серед будь-яких п'яти знайдуться троє, які мають спільного знайомого. Доведіть, що людей можна розбити на дві групи попарно незнайомих людей.

9–4. На дошці записаний многочлен $x^2 + 1$. Кожного дня Катя витирає записаний на дошці многочлен $F(x)$ та записує замість нього один з двох многочленів: $F^2(x) + 1$ або $F(x^2 + 1)$. Доведіть, що через рік вільний член многочлена, що записаний на дошці, буде більше, ніж $2^{2^{22}}$.

Черкаси, 12 березня 2019 р.