

LVIII Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Другий день

10 клас

10–0. Пряма l перпендикулярна площині α та перетинає цю площину в точці O . Через точку O в площині α проведена пряма OA . Який кут утворився між прямими l та OA ?

а) 90° ; б) 60° ; в) 45° ; г) 30° ; д) 0° .

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

10–5. На острів насуває ескадра, в якій є 10 потужних есмінців, а також ще 20 невеликих катерів. Всі вони вишикувані по колу, причому відстані між сусідніми кораблями рівні, і саме так наближаються до острова. Острів захищають два торпедоносних катери, у кожного з яких є рівно по 10 торпед. Пускові установки в них налаштовані так, що перший може випустити одночасно усі 10 торпед по сусіднім 10 цілям, а другий усі 10 торпед по 10 цілям, що йдуть через одну. Відомо, що вони стріляють одночасно (тобто в деякі цілі можуть влучити одночасно дві торпеди). Яка найбільша кількість есмінців може напевно залишитися цілою, за будь-яких дій оборони острова?

10–6. Додатні числа a, b, c задовольняють умову $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$. Доведіть, що справджується нерівність: $c + ab \leq 2$.

10–7. Задані N натуральних чисел такі, що найбільші спільні дільники усіх непорожніх наборів цих чисел (по одному, два, три, тощо) різні. Яка найменша кількість різних простих дільників може бути у добутку усіх N чисел?

10–8. У трикутнику ABC пряма, що не співпадає зі сторонами трикутника та проходить через точку A , перетинає висоти BH_2 та CH_3 у точках D_1 та E_1 відповідно. Точки D_2 та E_2 , що симетричні точкам D_1 та E_1 відносно сторін AB і AC відповідно. Доведіть, що кола, які описані навколо трикутників D_2AB та E_2AC , дотикаються.

Одеса, 21 березня 2018 р.

LVIII Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Другий день

10 клас

10–0. Пряма l перпендикулярна площині α та перетинає цю площину в точці O . Через точку O в площині α проведена пряма OA . Який кут утворився між прямими l та OA ?

а) 90° ; б) 60° ; в) 45° ; г) 30° ; д) 0° .

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

10–5. На острів насуває ескадра, в якій є 10 потужних есмінців, а також ще 20 невеликих катерів. Всі вони вишикувані по колу, причому відстані між сусідніми кораблями рівні, і саме так наближаються до острова. Острів захищають два торпедоносних катери, у кожного з яких є рівно по 10 торпед. Пускові установки в них налаштовані так, що перший може випустити одночасно усі 10 торпед по сусіднім 10 цілям, а другий усі 10 торпед по 10 цілям, що йдуть через одну. Відомо, що вони стріляють одночасно (тобто в деякі цілі можуть влучити одночасно дві торпеди). Яка найбільша кількість есмінців може напевно залишитися цілою, за будь-яких дій оборони острова?

10–6. Додатні числа a, b, c задовольняють умову $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$. Доведіть, що справджується нерівність: $c + ab \leq 2$.

10–7. Задані N натуральних чисел такі, що найбільші спільні дільники усіх непорожніх наборів цих чисел (по одному, два, три, тощо) різні. Яка найменша кількість різних простих дільників може бути у добутку усіх N чисел?

10–8. У трикутнику ABC пряма, що не співпадає зі сторонами трикутника та проходить через точку A , перетинає висоти BH_2 та CH_3 у точках D_1 та E_1 відповідно. Точки D_2 та E_2 , що симетричні точкам D_1 та E_1 відносно сторін AB і AC відповідно. Доведіть, що кола, які описані навколо трикутників D_2AB та E_2AC , дотикаються.

Одеса, 21 березня 2018 р.