

## LVIII Всеукраїнська олімпіада юних математиків

### Другий день

#### 8 клас

**8–0.** Скільки коренів має рівняння  $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x} = 0$ ?

- а) 3;      б) 4;      в) 5;      г) 6;      д) 12.

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

**8–5.** Андрій та Олеся записали на дошці по натуральному числу. Виявилось, що число, записане Олесяю, має суму цифр 2018 та має рівно на 1 цифру менше ніж число Андрія. Також відомо, що різниця записаних ними чисел дорівнює одноцифровому числу. Яким може бути число, що записав Андрій?

**8–6.** На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  трикутника  $ABC$  з  $\angle BAC = 120^\circ$  взято точки  $M$ ,  $K$ ,  $N$  відповідно так, що  $\triangle MKN$  є правильним, а  $AM = 2,017$ ,  $AN = 2,018$ . Барон Мюнхгаузен стверджує, що  $\triangle MKN$  має найменший периметр серед усіх правильних трикутників, що мають рівно по одній вершині на кожній зі сторін  $\triangle ABC$ . Чи не помиляється барон?

**8–7.** Кругла башта має 12 дверей, за кожною з яких схована скриня з золотом капітана Флінта. Ці двері розташовані попериметру башти на рівних відстанях між сусідніми, та занумеровані за рухом годинникової стрілки числами від 1 до 12. До башти підійшли 12 піратів, кожен з яких має один ключ, причому всі ключі занумеровані числами від 1 до 12. Відомо, що ключ з номером  $n$  відкриває двері з номером  $m$  тоді і тільки тоді, коли  $m : n$ . Пірати стоять рівно по одному у кожній двері, але вони не знають номерів дверей, біля якої вони опинилися. Джим Хокінс знає у якого пірата який ключ і хоче, щоб ті змогли забрати якомога меншу кількість скринь з золотом. Джим може повернути башту так, щоб двері перед піратами були розташовані так, як він того бажає – але все одно номери дверей йдуть послідовно по колу за рухом годинникової стрілки 1–12 починаючи з деякої. Яку максимальну кількість скринь із золотом зможуть напевно забрати пірати за таких умов?

**8–8.** Обчислювальний агрегат працює за таким принципом: кожної нової хвилини за поданими йому на вхід цілими числами  $x_1$ ,  $x_2$ , та  $x_3$  у вказаному порядку він обчислює значення  $x_4$ , що задовольняє рівність:  $x_1(x_4 + x_2) = x_3(x_3 + x_2)$ . Якщо  $x_4$  виявляється не цілим, то агрегат припиняє роботу. Якщо  $x_4$  ціле, то на вхід подається нова трійка чисел  $x'_1 = x_2$ ,  $x'_2 = x_3$  та  $x'_3 = x_4$  і через хвилину агрегат обчислює  $x'_4$ . Якщо із самого початку задати  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ , то чи пропрацює агрегат без зупинок принаймні 2018 хвилин?

Одеса, 21 березня 2018 р.

На виконання завдання відводиться 4 години 5 хвилин  
Кожна задача оцінюється в 7 балів