

LVIII Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Перший день

8 клас

8–0. У прямокутному трикутнику один з гострих кутів удвічі більший за інший. Чому може дорівнювати менший кут трикутника?

а) 30°; б) 60°; в) 90°; г) 180°; д) 360°.

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

8–1. Відомо, що для деякого значення a справджується рівність:

$$a^4 - \frac{1}{a^2} = 4. \text{ Чи може бути цілим число } x = a^4 + \frac{1}{a^2} ?$$

8–2. Чи існує прямокутник, який можна розрізати на 5 квадратів, серед яких два однакові, а усі інші – попарно різні та відмінні від однакових, при цьому однакові квадрати є

а) найменшими з усіх;

б) найбільшими з усіх?

8–3. Знайдіть найбільше трицифрове число n , для якого виконується така умова: існує рівно 16 пар натуральних чисел (a, b) , де $a < b$, для яких n є найменшим спільним кратним.

8–4. У трикутнику ABC відмічено ортоцентр H і проведено висоту AK . Коло ω проходить через A і K та перетинає сторони AB і AC в точках M та N відповідно. Пряма, що проходить через точку A паралельно BC , вдруге перетинає описані кола трикутників AHM і AHN в точках X і Y відповідно. Доведіть, що $XY = BC$.

Одеса, 20 березня 2018 р.

LVIII Всеукраїнська олімпіада юних математиків

Перший день

8 клас

8–0. У прямокутному трикутнику один з гострих кутів удвічі більший за інший. Чому може дорівнювати менший кут трикутника?

а) 30°; б) 60°; в) 90°; г) 180°; д) 360°.

(В роботі написати лише пункт вірної відповіді без пояснень)

8–1. Відомо, що для деякого значення a справджується рівність:

$$a^4 - \frac{1}{a^2} = 4. \text{ Чи може бути цілим число } x = a^4 + \frac{1}{a^2} ?$$

8–2. Чи існує прямокутник, який можна розрізати на 5 квадратів, серед яких два однакові, а усі інші – попарно різні та відмінні від однакових, при цьому однакові квадрати є

а) найменшими з усіх;

б) найбільшими з усіх?

8–3. Знайдіть найбільше трицифрове число n , для якого виконується така умова: існує рівно 16 пар натуральних чисел (a, b) , де $a < b$, для яких n є найменшим спільним кратним.

8–4. У трикутнику ABC відмічено ортоцентр H і проведено висоту AK . Коло w проходить через A і K та перетинає сторони AB і AC в точках M та N відповідно. Пряма, що проходить через точку A паралельно BC , вдруге перетинає описані кола трикутників AHM і AHN в точках X і Y відповідно. Доведіть, що $XY = BC$.

Одеса, 20 березня 2018 р.